Umwandlung von elektrischer Energie in Wärmeenergie

Protokoll zu Versuch 7b

Steffen Schröder

5. April 2001

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Das, was man landläufig als Wärme bezeichnet, ist letztlich auch nur eine Form von Energie (auf atomarer Ebene bewegen sich die einzelnen Moleküle mehr oder weniger schnell, d.h. sie haben einen gewissen Betrag an kinetischer Energie). Diese Energie Q, die ich fr eine Temperaturänderung in das System hineinstecken muß, ist proportional zur Temperaturdifferenz, es gilt

$$Q = C * (T_{end} - T_{anf}) \tag{1}$$

der Proportionalitätsfaktor heißt Wärmekapazität des Körpers. Dieses Verhalten ist Materialspezifisch, jeder Stoff hat eine spezifische Wrmekapazitt c, diese ist proportional zur Stoffmenge (also Masse m).

$$C = c * m \tag{2}$$

Wenn nun die spezifische Wärmekapazität von Wasser ermitteln will, so muß ich es am besten erwärmen, was ich z.B. mit einer Art kleinem Tauchsieder machen kann, denn dessen Energieabgabe, die laut Energieerhaltungssatz das Wasser dann aufnimmt, kann ich gut berechnen, für die Arbeit des elektrischen Stromes gilt

$$W = UIt \tag{3}$$

Alle drei Größen sind sehr gut meßbnar. Ich kann ruhig Wechselstrom benutzen, da alle Drehspulmeßgeräte i.A. Effektivwerte anzeigen, die gerade so definiert sind, daß der Strom über eine Periode betrachtet genau die selbe Leistung erbringt, wie ein Gleichstrom mit den selben Kennwerten, also auch in gleicher Zeit die selbe Arbeit $W = Rt$ verrichtet. Da eine Periode des benutzten Stromes sehr klein ist gegenber der Meßdauer, brauche ich den winzigen Fehler durch abgeschnittene Teilperioden noch nicht einmal in der Fehlerrechnung zu berücksichtigen.

Mein nächstes Problem ist, daß ich nicht nur das Wasser erwärme, sondern das Kalorimeter, in welchem es enthalten ist, erwärmt sich auch. Ich erwärme also einen Körper mit der Wärmekapazität $C = C_{H_2O} + C_{Kal}$. Dabei ist das Kalorimeter wieder heterogen aus verschiedenen Stoffen zusammengesetzt, es ist also sehr schwer, seine Wärmekapazität zu bestimmen. Deshalb betrachte ich es als ein ganzes, es gilt wieder $C_{Kal} = c_{kal} * M_{kal}$. Nun stelle ich mit das Kalorimeter durch eine Masse W an Wasser ersetzt, da da gilt $C_{kal} = c_{H_2O} * W$. Also ist insgesamt

$$C = c_{H_2O} * (M + W) \tag{4}$$

Aus (1) und (3) folgt mit (4)

$$UIT = c_{H_2O} * (M + W) * (T_{end} - T_{anf})$$

Also

$$c_{H_2O} = \frac{UIt}{(M + W) * (T_{end} - T_{anf})} \tag{5}$$

Hier muß ich nur noch W in einem Vorversuch bestimmen.

2 Bestimmung des Wasserwertes

2.1 Der Versuch

Den in Formel (5) benötigten Wasserwert W werden wir nun hier bestimmen. Dazu benutzen wir die Tatsache, daß zwei unterschiedlich temperierte Körper immer einen Temperaturausgleich anstreben. Wir füllen also erst warmes Wasser in das Kalorimeter, warten, bis ein Temperaturausgleich stattgefunden hat und messen dann die Temperatur T_1 des Wassers, die ja der des Kalorimeters entspricht. Jetzt ersetzen wir das warme Wasser durch kaltes, dessen Temperatur T_3 wir vorher auch messen. Beim Temperaturausgleich gibt nun das Kalorimeter Wärmeenergie ab, die das Wasser (unter Vernachlässigung der Abstrahlung nach außen) komplett aufnimmt, Es stellt sich die Mischtemperatur T_m ein. Also ist $C_{Kal} * (T_3 - T_1) = c_{H2O} * (T_2 - T3)$. Daß dabei die beiden Klammern negativ werden, soll uns nicht weiter stören, da dadurch nur die Energieabgabe zu einer Energieaufnahme wird und umgekehrt. Diese Formel ist also bei den neuen wie bei den alten Kalorimetern immer noch so anwendbar, setzt man $C_{Kal} = c_{H_2O}$ ein und formt um zu

$$W = m * \frac{T_2 - T_3}{T_3 - T1} \tag{6}$$

,so kürzt sich das $-$ aus dem Bruch sogar wieder heraus.

In Tabelle 1 haben wir unsere Meßwerte aufgeschrieben und auch schon den Mittelwert des Wasserwertes gebildet.

$\frac{T_1}{°C}$	$\frac{T_2}{°C}$	$\frac{T_3}{°C}$	$\frac{W}{g}$
28,0	17,2	18,2	10,2
35,0	14,7	18,1	20,11
35,1	14,6	18,0	19,88
		$\langle W \rangle =$	17,4

Tabelle 1: Meßtabelle für den Wasserwert

2.2 Fehlerbetrachtung

Wie man sieht sind dabei unsere Ergebnisse recht weit gestreut, die maximale Abweichung vom Mittelwert liegt bei 58,5%! Man muß aber beachten, daß der Versuch von drei Gruppen mit nahezu identischem Gerät ausgeführt wurde, und keiner viel genauer messen konte.

In Formel (6) sind die zu messenden Größen auch mit nicht Fehlern behaftet, die hier sogar vergleichsweise groß sind. So kann man Temperaturen mit dem benutzten Digitalthermometer nur auf $\pm 0,2°C$ genau bestimmen, bei der Mischtemperatur setze ich sogar einen Fehler von $\pm 0,5°C$ an, da der Zeitpunkt des Temperaturausgleiches nicht genau bestimmbar ist und das System auch Wärme an die umgebende Luft abstrahlt. Die Masse des eingefüllten Wassers ist mit dem $100ml$-Pyknometer nur auf ca. $\pm 2ml$ bestimmbar, da nur ein Eichstrich bei der $100ml$-Marke vorhanden ist, der auch noch in einem dünnen Röhrchen liegt und aus dem Wasserhahn nur sehr schwer die genaue Menge abzuzapfen ist, das abschütten von kleinen Mengen war fast unmöglich. In diese Fehlerabschätzung ging der Fehler des Eichstriches von $\pm 0,1 ml$ (fast) nicht ein, da er unter Berücksichtigung der „Abzapfschwierigkeiten“ nicht mehr auffällt.

Leider habe ich für die Fehlerrechnung in Gleichung (6) nicht nur ein Produkt, sondern auch ein Produkt (besser einen Quotienten) der Temperaturdifferenz. Weil die Temperatur ausschleißlich als Differenz auftritt, kann ich diese als eine eigene Größe auffassen, und ich kann wieder den relativen Fehler als Summe der relativen Fehler errechnen. Dies deckt sich zum Glück sogar mit der Herleitung der Formel für den Fehler, wenn ich den unwesentlich komplizierteren (vor allem zum Tippen), der genaueren Weg gehe, nach dem der absolute Fehler als totales Differential auszurechnen ist. Ich kann also wie gehabt die folgende Beziehung benutzten:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta (T_3 - T_2)}{(T_3 - T_2)} + \frac{\Delta (T_1 - T_3)}{(T_1 - T_3)} \tag{7}$$

Für die Messungen ergeben sich damit (in dieser Reihenfolge) relative (absolute) Fehler von 0,77 ($\pm 7.85g$), 0,249 ($\pm 5.01g$) und 0,249 ($\pm 4.95g$). Wenn ich nun aufgrund meiner eigenen Erfahrung und der Meßwerte der anderen Gruppen der ersten Meßung weniger Gewicht zuspreche, d.h. annehme sie sei zu niedrig geraten, dann ist der absolute Fehler des Mittelwertes folgendermaßen anzusetzten: Maximal vom Mittelwer nach oben entfernt ist $W_2 = 20.11g + 5 = 25,11g$, was einem absoluten Fehler von $25.11g - 17.4g = 7,71g$ entspricht. Nach unten vom Mittelwert abgetragen würde dieser Fehler einen Bereich einschließen bis 9,69g, wovon der erste Meßswert gerade noch eingeschlossen wird. Dieser Meßwert hat sowieso einen relativ hohen Fehler, da die Temperaturdifferenzen recht gering waren und wir nahe der Zimmertemperatur arbeiteten, d.h. auch eine Temperaturaustausgleich mit der Umgebungsluft beim ablesen nur schwer zu erkennen ist. Somit gebe ich als Ergebnis für den Wasserwert an:

$$\langle W \rangle = (17,4 \pm 7,7)g = 17,4 * (1 \pm 0,44) \tag{8}$$

Unser Fehler ist mit 44% also immer noch recht hoch.

Im Meßprotokoll ist übrigens eine Kurve zu finden, bei der wir ab dem Einfüllen des kalten Wassers in das Kalorimeter den Temperaturverlauf beim dritten Versuch festgehalten haben. Man sieht sehr schön, wie die Kurve sich an $18,1°C$ annähert um dann darum zu schwanken.

3 Messung der spezifischen Wärmekapazität von Wasser

Wie in Abbildung (1) zu sehen, haben wir Wasser in ein kalorimeter gefüllt, in dem ein Thermometer steckte. Dieses Wasser wurde über einen Drahtwendel im Kalorimeter erwärmt, in dem ja eine Energie von $W = UIt$ umgewandelt wird. Um diese Größen zu messen wurden ein Amperemeter und ein Voltmeter geeignet in den Stromkreis geschaltet, der Strom wurde durch einen in Reihe geschalteten regelbaren Widerstand begrenzt. Die Spannungsversorgung war eine Wechselspannung von 24V bzw. 36V, was jedoch eigentlich nicht wichtig ist, da Spannung und Strom über den Widerstand eingestellt wurden.

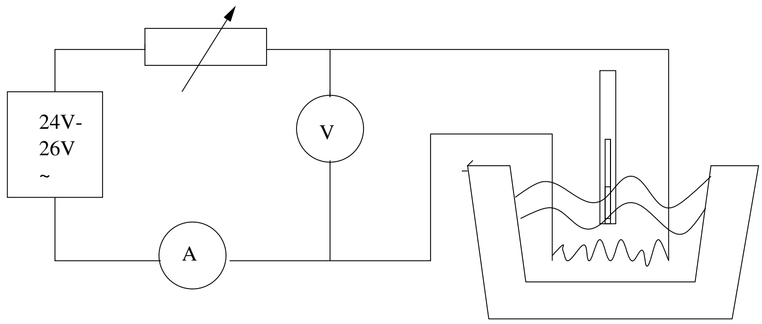

Abbildung 1: Versuchsaufbau

Wir haben nun immer kaltes Wasser in das Kalorimeter eingefllt und auf den Temperaturausgleich gewartet. Von dieser Temperatur T_{kalt} aus haben wir sodann mit dem Strom I und der Spannung U ber den Heizdraht im Kalorimeter das ganze auf T_{warm} erhitzt, wobei T_{warm} so weit ber der Raumtemperatur von $22°C$ lag, wie T_{kalt} darunter. Es ergab sich mit Formeln (5) und (8) die Meßreihe in Tabelle 2.

$\frac{t}{s}$	$\frac{T_{kalt}}{°C}$	$\frac{T_{warm}}{°C}$	$\frac{T_{diff}}{°C}$	$\frac{I}{A}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{c_{H_2O}}{\frac{J}{kg*K}}$
462	15.3	28.7	14.4	1	13	3.82
393	16.5	27.5	11,0	1	13	3.96
331	17.5	26.5	9,0	1	12.9	4.04
105	16.1	27.5	11,4	2	25	3.92
123	16.0	29.1	13,1	2	25	4.00
					$\langle c_{H_2O} \rangle =$	3.95

Tabelle 2: Meßwerte für c_{H_2O}

4 Fehlerbetrachtung

In die obige Meßreihe gehen wieder einige Fehlerquellen ein. Die erste, nämlich den Wärmeaustausch mit der Umgebungsluft haben wir durch die Wahl von T_{kalt} ebenso weit unter Raumtemperatur wie T_{warm} darüber minimiert, da in der kurzen Zeit ungefähr genauso viel Wärme erst aus der Umgebung aufgenommen wird, wie später abgegeben. Der Fehler der Temperaturdifferenz ist $\Delta T_{diff} = 0,4°C$, da beide Temperaturen in beide Richtungen um $0,2°C$ abweichen können, wir machen hier ja eine Größtfehlerabschätzung. ΔU ist mit $0,3V$ und ΔI mit $0,03A$ abzuschätzen, da beide Skalen einen Vollausschlag von 3 Einheiten haben und laut Güteklasse einen Fehler von 2Skt zulassen, sowie noch eine kleiner Ablesefehler auftreten kann.

Der relative Fehler ergibt sich, da wir es wieder mit einem Produkt zu tun haben, aus der Summe der relativen Fehler, so daß

$$\frac{\Delta c_{h_2O}}{c_{h_2O}} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta(M+W)}{M+W} + \frac{\Delta T_{diff}}{T_{diff}} \tag{9}$$

Dabei ist der relative Fehler der Masse $\frac{\Delta(M+W)}{M+W} = \frac{2+7.7}{100+17,4} = 0,082$, dieser Fehler von 8% ist also überall mindestens enthalten.

Auch hier ergeben sich Fehler von 0,17 ($\pm 0.63 \frac{J}{kg*K}$), 0,17 ($\pm 0.69 \frac{J}{kg*K}$), 0,18 ($\pm 0.74 \frac{J}{kg*K}$), 0,15 ($\pm 0.60 \frac{J}{kg*K}$) und 0,15 ($\pm 0.59 \frac{J}{kg*K}$). Ich muß also die spezifische Wärmekapazität von Wasser angeben als

$$c_{H_2O} = (3,9 \pm 0,6) \frac{J}{kg*K} = 3,9 * (1 \pm 0,15) \frac{J}{kg*K} \tag{10}$$

Die einzelnen Ergebnisse weichen jedoch nur um maximal $0,12 \frac{J}{kg*K}$ vom Mittelwert ab, durchschnittlich sogar nur um $0,06 \frac{J}{kg*K}$. Im Endergebnis liegt der Literaturwert auf jeden Fall im angegebenen Intervall, wenn ich jedoch von einer Normalverteilung der Meßswerte ausgehen würde, hätte ich einen Mittelwert von $3,948 \frac{J}{kg*K}$ und eine Standardabweichung von $0,084 \frac{J}{kg*K}$, d.h. ich wurde angeben $c_{H_2O} = (3,9 \pm 0,2)$, also einen relativen Fehler von 4%, wobei ich aber nie so genau gemessen haben kann. Außerdem hätte ich damit noch nicht einmal den Literaturwert von $4,18 \frac{J}{kg*K}$ eingeschlossen.

Bei der Fehlerrechnung schlägt die große Unsicherheit des Wasserwertes erstaunlich wenig zu Buche, die 44% wirken sich nur mit ca. 8% auf das Endergebnis aus. Der Fehler der Zeitmessung verschwindet fast ganz, die letzten beiden Messungen sind so besser, weil die Drehspulmeßgeräte bei dann ca. 2/3 des Gesamtausschlages einen geringeren relativen Fehler haben als bei vorher 1/3. Der absolute Fehler ist nämlich laut Güteklasse konstant.